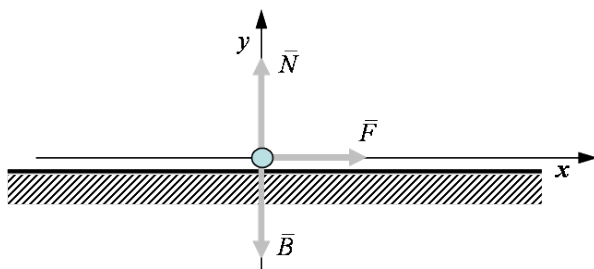


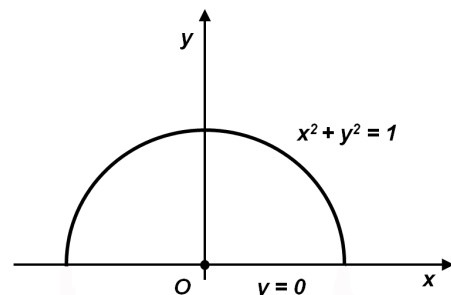


Θέματα

1. (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας (1 μονάδα).
- Στη Νευτώνεια Μηχανική, κατά την κίνηση ενός υλικού σημείου κάτω από την επίδραση συνισταμένης δύναμης, ο χρόνος, t , μπορεί να εξαρτάται από τον χώρο, $\vec{r} = x\vec{x}_0 + y\vec{y}_0 + z\vec{z}_0$, όπου \vec{r} είναι το διάνυσμα θέσης που περιγράφει την κίνηση του υλικού σημείου.
 - Η μηχανική ενέργεια υλικού σημείου, P , πάνω στο οποίο ασκείται συνισταμένη δύναμη, \vec{F} , διατηρείται σταθερή όταν η δύναμη αυτή είναι μη-συντηρητική.
 - Ένα υλικό σημείο ισορροπεί όταν η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω του είναι μηδέν. Όταν η δύναμη αυτή είναι συντηρητική, η δυναμική ενέργεια στη θέση ισορροπίας είναι μηδέν.
 - Στη Κλασική Μηχανική, η παρουσία μιας δύναμης, \vec{F}_1 , μπορεί να επηρεάσει το αποτέλεσμα μιας άλλης δύναμης, \vec{F}_2 (και οι δύο δυνάμεις ασκούνται στο ίδιο υλικό σημείο).
 - Το ολικό έργο συστήματος N υλικών σημείων που παράγεται ή καταναλώνεται από τις εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος είναι ίσο με την μεταβολή της ολικής κινητικής ενέργειας.
- (β) Η συνάρτηση δυναμικού ενός υλικού σημείου μάζας m είναι $V = cx/(x^2 + \alpha^2)$, όπου c και α είναι θετικές σταθερές.
- (i) Ποιά είναι η δύναμη, \vec{F} , που ασκείται στο υλικό σημείο; Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.
(ii) Να βρεθούν και να μελετηθούν τα σημεία ισορροπίας της κίνησης του υλικού σημείου. (iii) Σχεδιάστε πρόχειρα την V ως συνάρτηση του x (1.5 μονάδες).
2. (α) Αν η δύναμη, \vec{F} , που ασκείται σε υλικό σημείο είναι συνάρτηση της θέσης, (i) τότε ονομάζεται συντηρητική; (ii) Η συντηρητική δύναμη είναι αστρόβιλη; (iii) Ναδειχθεί ότι το έργο συντηρητικής δύναμης, \vec{F} , εξαρτάται από το αρχικό και τελικό σημείο της τροχιάς του υλικού σημείου και όχι από το δρόμο που θα ακολουθήσει το υλικό σημείο (1.25 μονάδες).
- (β) Υλικό σημείο μάζας m κινείται στο επίπεδο Oxy με διάνυσμα θέσης $\vec{r} = \alpha \cos \omega t \vec{x}_0 + \beta \sin \omega t \vec{y}_0$, όπου α , β και ω θετικές σταθερές. (i) Να δείξετε ότι το υλικό σημείο κινείται σε έλλειψη. (ii) Να δείξετε ότι η συνισταμένη δύναμη που δρα στο υλικό σημείο είναι συντηρητική και να σχεδιάσετε τη φορά της. (iii) Να υπολογίσετε το έργο, W , που παράγεται από τη συνισταμένη δύναμη κατά την κίνηση του υλικού σημείου πάνω στην έλλειψη σε μια πλήρη περιστροφή (1.25 μονάδες).
3. (α) Αν η ταχύτητα υλικού σημείου, P , σε πολικές συντεταγμένες είναι: $\vec{u} = \dot{r}\vec{r}_0 + r\dot{\theta}\vec{\theta}_0$, να βρεθεί το διάνυσμα της επιτάχυνσης, \vec{a} , σε πολικές συντεταγμένες, όπου $\vec{r}_0 = \cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{y}_0$ και $\vec{\theta}_0 = -\sin \theta \vec{x}_0 + \cos \theta \vec{y}_0$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα (1 μονάδα).
- (β) Υλικό σημείο μάζας m υπόκειται στη δύναμη $\vec{F} = kx\vec{x}_0$, $k > 0$, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1**. (i) Να γραφούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του υλικού σημείου όταν υπάρχει τριβή κατά την κίνησή του (με συντελεστή τριβής $\eta = 0.1$) και όταν δεν υπάρχει τριβή κατά την κίνησή του. (ii) Να βρεθεί η τροχιά του υλικού σημείου στην περίπτωση που δεν υπάρχει τριβή κατά την κίνηση του υλικού σημείου. Αρχικά το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση $O(1, 0)$ και δεν έχει αρχική ταχύτητα. Το g είναι γνωστό (1.5 μονάδες).
4. (α) Έστω σύστημα N υλικών σημείων. (i) Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του τυχαίου i υλικού σημείου του συστήματος καθώς και η εξίσωση κίνησης του συστήματος. (ii) Ναδειχθεί ότι, όταν το σύστημα είναι κλειστό, η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή και το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή είναι ακίνητο (1.25 μονάδες).
- (β) Η επίπεδη επιφάνεια του **Σχήματος 2** περιορίζεται από τα όρια $y = 0$ και $x^2 + y^2 = 1$, ($y > 0$) και έχει επιφανειακή πυκνότητα $\rho_s = 3 \text{ kgr/m}^2$. Να υπολογιστούν: (i) η μάζα της επιφάνειας και (ii) οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας της επιφάνειας (1.25 μονάδα).



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2